

## 국내 금은광산 선광플랜트 볼 밀의 수학적 모델링 및 전산 모사

이원재<sup>1)</sup> · 정민욱<sup>1)</sup> · 한성수<sup>1)</sup> · 박승수<sup>1)</sup> · 임근태<sup>2)</sup> · 박재구<sup>1)\*</sup>

### Mathematical Modeling and Computational Simulation on Ball Milling in Domestic Goldsilver Mineral Processing Plant

Wonjae Lee, Minuk Jung, Seongsoo Han, Seungsoo Park, Geuntae Lim, and Jaikoo Park\*

(Received 27 September 2017; Final version Received 18 October 2017; Accepted 18 October 2017)

**Abstract :** In this study, mathematical modeling and computational simulation were used to predict the particle size distribution of ball mill product in domestic gold silver mineral processing plant. Particle size distribution of ball mill product was predicted using Population Balance Model based on mass balance equation. Batch grinding tests were performed, then scaled-up under grinding condition of ball mill in domestic gold silver mineral processing plant. Scaled-up results were modeled and simulated by using USIM-PAC, a commercial software for mineral processing. Both 80% passing particle size of computational simulation result and actual particle size distribution were calculated as 0.206 mm, also coefficient of determination was calculated to be 0.998. Therefore, it was confirmed to the validation of simulation. Based on these results, it is expected to predict particle size distribution of ball mill in domestic gold/silver mineral processing plant according to the change of grinding condition.

**Key words :** Mathematical modeling, Simulation, Ball mill, Scale-up, USIM-PAC

**요 약 :** 본 연구에서는 수학적 모델링 및 전산 모사를 통해 국내 금은광산 선광플랜트 볼 밀 분쇄산물의 입도 분포를 예측하였다. 물질 수지 방정식에 기초한 Population Balance Model을 활용하여 볼 밀 분쇄산물의 입도 분포를 예측하고자 하였다. 회분식 분쇄 실험을 수행한 후, 이를 국내 금은광산 선광플랜트 볼 밀의 분쇄 조건으로 스케일업하였다. 스케일업된 결과를 선광공정 상용 소프트웨어인 USIM-PAC으로 모델링 및 전산 모사하였다. 전산 모사 결과와 실제 선광플랜트 볼 밀 분쇄산물의 입도 모두  $D_{80}$  기준 0.191 mm로 산출되었으며, 결정계수 또한 0.995로 산출되어 선광플랜트 볼 밀을 전산 모사 가능함을 확인하였다. 이를 근거로 선광플랜트 내 볼 밀의 분쇄 조건 변화에 따른 분쇄산물의 입도 분포를 예측할 수 있을 것으로 기대된다.

**주요어 :** 수학적 모델링, 전산 모사, 볼 밀, 스케일업, USIM-PAC

## 서 론

분쇄 공정은 전체 선광 공정 에너지 소모 중 최대 70%, 전 세계 전기 소모 중 약 3%에서 4%를 차지할 정도로 에너지 집약적인 공정이다(Fuerstenau *et al.*, 1999). 그러나 이러한 대부분의 에너지가 장비 가동에 소모되어 일부만이 순수하게 분쇄에 소비된다(Austin, 1984). 따라서 분쇄 공정 효율의 미세한 개선만으로도 공정 운영 비용 절감, 처리량 증대 등의 효과를 얻을 수 있다. 이에 따라 분쇄 공정 효율화

를 위해 분쇄 공정의 처리량 및 산물 입도 분포 예측이 매우 필요한 실정이다. 그러나 국내 금은광산 선광플랜트 분쇄 공정은 주로 작업자의 경험에 의존해 운영되고 있어 분쇄 조건에 따른 산물의 입도 분포 및 처리량 예측 등에 어려움을 겪고 있다. 분쇄 공정의 전산화 연구는 시행착오(Trial and error)에 의해 행해지는 공정 운영의 최적화 과정을 극복하기 위해 반드시 필요하다. 국내에서도 수학적 분쇄 모델에 관한 연구는 진행되어 왔으나, 실제 선광플랜트 분쇄 공정을 전산 모사한 사례는 부족하다. 특히 선광공정 상용 소프트웨어를 활용해 가행 중인 공정의 운영 및 최적화 연구는 없는 실정이다(Cho and Kim, 2000; Jung *et al.*, 2017; Lee and Cho, 2006; Lee and Cho, 2013; Lee *et al.*, 2013; Whang and Lee, 1991a; Whang and Lee, 1991b, Kwon *et al.*, 2016).

1) 한양대학교 자원환경공학과

2) 썬시멘트(주) 기술연구소

\*Corresponding Author(박재구)

E-mail; jkpark@hanyang.ac.kr

Address; Dept. of Earth Resources and Environmental Engineering, Hanyang University, Seoul, Korea

분쇄 조건에 따른 산물의 입도 분포 및 처리량 예측을 위해 에너지와 분쇄산물 입도 간 상관 관계를 이용한 경험식에 기반한 연구가 진행되어 왔다(Austin, 1973; Perry, 1963; Bond, 1960; Walker *et al.*, 1937; Bond, 1952). 그러나 에너지와 분쇄산물의 특정 입도 간의 상관 관계를 나타낼 순 있지만, 분쇄산물의 전체 입도 분포를 나타낼 수 없다는 한계가 있어 최근에는 물질 수지 방정식 기반의 수학적 모델인 Population Balance Model에 관한 연구가 진행되어오고 있다(Herbst and Fuerstenau, 1980; Austin, 1984; Lee and Cho, 2013; Kwon *et al.*, 2016).

Population Balance Model은 분쇄 모델 중 가장 널리 사용되는 모델로, 공정의 전산 모사, 제어, 최적화에 주로 사용된다. Population Balance Model은 분쇄 속도를 의미하는 선택함수(Selection function, Specific rate of breakage)와 분쇄산물의 입도 분포를 의미하는 분쇄함수(Breakage function, Primary breakage distribution)인 두 함수로 이루어진 물질 수지 방정식을 기초로 하여, 원광의 입도 분포로 분쇄산물의 입도 분포를 예측할 수 있도록 하는 모델이다(Chimwani *et al.*, 2013; Mulenga, 2017a). Austin(1984)은 회분식 분쇄 실험으로 구한 선택함수와 분쇄함수를 선광플랜트 볼 밀로 스케일업할 수 있는 경험식을 제안하였다. 전산 모사하고자 하는 대상 선광플랜트 볼 밀의 분쇄 조건과 회분식 분쇄 실험 조건을 스케일업 경험식에 대입하여 원광의 입도 분포로 분쇄산물의 입도 분포를 예측할 수 있다(Chimwani *et al.*, 2014; Mulenga, 2017b). 본 연구에서는 회분식 분쇄 실험을 수행한 후 각 변수를 스케일업 경험식에 대입해 선광플랜트 볼 밀을 전산 모사하였다.

## 이론적 배경

### Population Balance Model

Population Balance Model은 각 입도 구간의 분쇄 속도에 관한 함수인 선택함수와 분쇄산물의 입도 분포에 관한 함수인 분쇄함수로 표현된다. 한 입도 구간의 시료가 분쇄되는 속도는 화학 반응식의 1차 반응식과 같은 형태로, 이때 분쇄 시간에 대한 잔존 시료의 기울기를 선택함수라 한다. 분쇄함수는 한 입도 구간에서 분쇄된 시료가 어떤 입도 구간으로 분쇄될지를 나타내는 함수로, 분쇄산물의 입도 분포를 의미한다.

한 입도 구간의 시료가 분쇄되는 속도는 분쇄 시간에 영향을 받지 않아 식 (1)과 같은 1차 반응식의 형태를 띤다(Austin and Bhatia, 1972). 이 때 분쇄 시간  $t$ 에 따른 잔존 시료 양  $w_i(t)$ 의 기울기를 선택함수  $S_i$ 라 하고, 분쇄 속도를 의미한다. 각 입도 별로 구한 선택함수 값은 식 (2)와 같은 일반식으로 나타낼 수 있다. 식 (2)는 입도에 따른 선택함수

값을 경험적으로 나타낸 것으로, 분쇄 조건에 의한 매개변수인  $a, \mu$ 와 시료 특성에 의한 매개변수인  $\alpha, \Lambda$ 로 이루어져 있다.

$$\frac{w_i(t)}{w_i(0)} = e^{-S_i t} \tag{1}$$

$$S_i = a \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha \frac{1}{1 + \left( \frac{x_i}{\mu} \right)^\Lambda} \tag{2}$$

분쇄함수는 식 (3)과 같이 어느 한 입도 구간( $j$ )에서 분쇄된 산물이 어떤 특정 입도 구간( $i$ )으로 분쇄될 확률을 의미한다. 이 때 분쇄함수  $b_{i,j}$ 를 입도의 함수로 나타내기 위하여 Austin(1984)은 식 (4)와 같은 분쇄함수  $b_{i,j}$ 의 누적 분포인  $B_{i,j}$ 를 도입하였다. 식 (4)는 분쇄 함수의 누적 분포의 일반식을 나타낸 것으로, 시료 특성에 의한 매개변수인  $\Phi, \gamma, \beta$ 로 이루어져 있다. 각 입도별 분쇄함수 값은 식 (5)와 같은 B II Method로 추정한다. B II Method는 한 번 분쇄된 시료가 재분쇄되는 것을 보정해주는 식이다(Austin and Bagga, 1981; Mulenga, 2017).

$$b_{i,j} = \frac{\text{mass of particles from size class } j \text{ into size } i}{\text{mass of particles from size class } j \text{ broken out of the class}} = B_{i,j} - B_{i+1,j} \tag{3}$$

$$B_{i,j} = \sum_{k=n}^i b_{k,j} = \begin{cases} \Phi \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1-\Phi) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta & , n \geq i \geq 1 \\ 1 & , i = 1 \end{cases} \tag{4}$$

$$B_{i,1} = \frac{\log \frac{1 - P_i(0)}{1 - P_i(t)}}{\log \frac{1 - P_2(0)}{1 - P_2(t)}} \tag{5}$$

### Scale-up

Austin(1984)은 식 (6)과 같은 선택함수의 스케일업 경험식을 제안하였다. 식 (6)은 회분식 분쇄 조건의 선택함수를 선광플랜트 볼 밀 분쇄 조건으로 스케일업하기 위한 식이다.  $D$ 는 밀의 내경,  $d$ 는 볼의 직경,  $J$ 는 볼의 충전율,  $U$ 는 볼 공극 내 시료 충전율,  $\Phi_c$ 는 임계속도 대비 포트 회전 속도를 의미한다.  $N_0, N_1, N_2, N_3, N_4, c$ 는 스케일업 보정 계수이다. 이 때 하부 첨자  $T$ 가 포함되어 있는 것은 회분식 분쇄 조건,

포함되어 있지 않은 것은 선광플랜트 분쇄 조건을 의미한다. 회분식 분쇄 실험을 통해 선택함수, 분쇄함수를 구한 뒤 분쇄 조건에 의한 매개변수를 스케일업하면 선광플랜트 볼 밀의 분쇄 거동을 예측할 수 있다(Austin, 1984; Chimwani *et al.*, 2014; Mulenga, 2017).

$$S_i = a_T \left(\frac{x_i}{x_o}\right)^\alpha \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{x_i}{C_1 \mu_T}\right)^\lambda}\right) C_2 C_3 C_4 C_5 \quad (6)$$

$$C_1 = \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N_2} \left(\frac{d}{d_T}\right)^{N_3}$$

$$C_2 = \left(\frac{d_T}{d}\right)^{N_0}$$

$$C_3 = \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N_1}, D \leq 3.81m$$

$$= \left(\frac{3.81}{D_T}\right)^{N_1} \left(\frac{D}{3.81}\right)^{N_1 - N_1}, D \geq 3.81m$$

$$C_4 = \left(\frac{1 + 6.6J_T^{2.3}}{1 + 6.6J^{2.3}}\right) \exp[-c(U - U_T)]$$

$$C_5 = \left(\frac{\phi_c - 0.1}{\phi_{cT} - 0.1}\right) \left(\frac{1 + \exp[15.7(\phi_{cT} - 0.94)]}{1 + \exp[15.7(\phi_c - 0.94)]}\right)$$

이때, 실제 선광플랜트 볼 밀 내에 존재하는 볼 직경의 분포를 직접 확인할 수 없다. 하지만 식 (7)을 이용하면 실제 투입되는 최대의 볼 직경과 볼 밀 내에 존재하는 최소의 볼 직경으로 볼 직경의 분포를 예측할 수 있다. 볼 직경의 구간을  $k$ 라 할 때,  $m_k$ 는 구간  $k$ 에 존재하는 볼 직경의 분율을 의미한다.  $d_{k_{max}}$ 는 구간  $k$ 의 최대 볼 직경,  $d_{k_{min}}$ 은 구간  $k$ 의 최소 볼 직경,  $d_{k_{max}}$ 는 볼 밀 내에 존재하는 최대의 볼 직경,  $d_{k_{min}}$ 은 볼 밀 내에 존재하는 최소의 볼 직경을 의미한다.  $\Delta$ 는 볼이 마모되는 속도를 의미하는 보정 상수로, 일반적으로 0으로 두어 선형으로 분쇄된다고 가정한다.

$$m_k = \frac{d_{k_{max}}^{t-\Delta} - d_{k_{min}}^{t-\Delta}}{d_{k_{max}}^{t-\Delta} - d_{k_{min}}^{t-\Delta}} \quad (7)$$

볼 공극 내 시료 충전율  $U$ 는 식 (8)과 같이 시료의 충전율  $f_c$ 에 0.4 $f$ 를 나눈 값이다. 0.4는 충전 밀도(볼이 차지하는 부피 비)를 0.6이라 가정하고, 1에서 0.6을 빼 볼이 차지하지 않는 부피를 의미한다. 밀 내 시료가 과충전되면 Powder cushioning 효과가 나타나 분쇄의 효율성이 떨어지며, 과소충전되면 볼의 마모가 더 발생하게 된다. 따라서 밀 내 시료 충전이 중요하다. 밀 내 시료 충전을 볼 충전과 연관시키기 위해 볼 공극 내 시료 충전율 ( $U$ )의 개념이 도입되었다. 일반적으로  $U$ 는 0.6에서 1.1일 때 최적의 분쇄 조건이라고 알려져 있다(Austin, 1984; Chimwani *et al.*, 2014).

$$U = \frac{f_c}{0.4J} \quad (8)$$

마찬가지로, 실제 선광플랜트 볼 밀 내부의 볼 공극 내 시료 충전율 ( $U$ ) 또한 직접 확인할 수 없다. 이를 예측하기 위해 Residence Time Distribution의 개념을 활용하였다. 평균 체류시간(Mean residence time,  $\tau$ )은 식 (9)과 같이 볼 밀 내에 체류하는 시료의 양인  $W$ 에서 처리량인  $F$ 를 나눈 값이다. Residence Time Distribution을 이용해 평균 체류시간을 구한 후, 식 (10)과 같이 처리량을 곱해볼 밀 내 체류하는 시료의 양을 구할 수 있다. 볼 밀 내 체류하는 시료의 양인  $W$ 는 시료 충전율  $f_c$ 에 질량을 곱해준 값으로,  $W$ 에 시료의 밀도를 나눠주면 시료 충전율  $f_c$ 를 구할 수 있다.

$$\tau = \frac{W}{F} \quad (9)$$

$$W = \tau \cdot F \quad (10)$$

### 실험 재료 및 방법

#### Materials

국내 전라남도 해남군의 금은 광석을 대상으로 하였다. 국내 선광플랜트 분쇄 공정은 Fig. 1과 같이 개회로 볼 밀에 이은 스파이럴, 폐회로 볼 밀, 습식 사이클론으로 구성되어 있다. 본 연구에서는 개회로 볼 밀을 대상으로 하였다. 현재 분쇄 공정의 처리량은 7.5 t/h로, 투입되는 광석의 입도 분포는 Table 1과 같다.

#### Batch Grinding Test Conditions

회분식 분쇄 실험의 조건은 Table 2와 같다. 밀은 외부는 Stainless Steel, 내부는 6개의 사각형 폴리우레탄 라이너의 원통형으로 자체 제작되었다. 볼 밀 내의 분쇄 매체로는

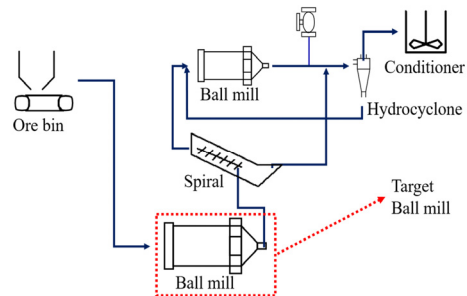


Fig. 1. Schematic diagram of grinding circuit in mineral processing plant.

**Table 1.** Particle size distribution of gold/silver ore feed

Particle size (mm)	wt. %	Cum wt.%
+22.4	0	100.00
+16 to -22.4	20.79	100.00
+11.2 to -16	21.62	79.20
+8 to -11.2	12.29	57.58
+5.6 to -8	13.02	45.28
+4 to -5.6	11.20	32.26
+2 to -4	19.62	21.07
+1 to -2	1.45	1.45
-1	0.01	0.01

**Table 2.** Batch grinding test conditions

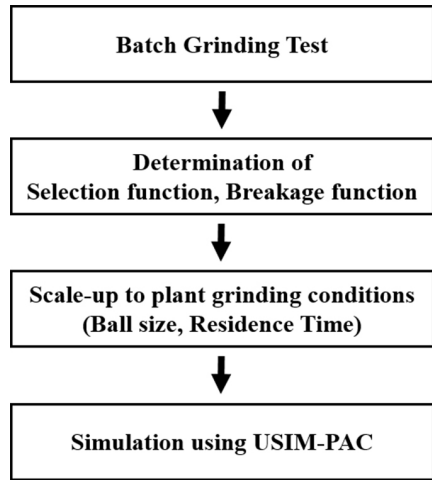
$V$	Mill volume	6.5L
$D$	Mill inner diameter	20.4 cm
$L$	Mill length	20 cm
$d$	Ball diameter	2.54 cm
$J$	Ball filling ratio	30%
$\rho_b$	Ball density	7.8 g/cm <sup>3</sup>
$\rho_m$	Material density	2.7 g/cm <sup>3</sup>
$U$	Interstitial filling ratio	1
$\phi_c$	Critical Speed	75%

Steel Ball을 사용하였으며 분쇄 실험은 건식으로 수행하였다. 분쇄대상 시료는 볼의 직경을 고려하여 +2.8 mm - 4.0 mm, +2.0 mm - 2.8 mm, +1.0 mm - 1.4 mm, +500 μm - 710 μm +355 μm - 500 μm, +250 μm - 355 μm의 여섯 입도 구간으로 하였다. 분쇄 시간은 30초부터 잔존 시료량을 고려하여, 최대 62분까지 하였다.

**Modeling & Simulation Procedure**

선광플랜트 볼 밀을 전산 모사하기 위해 해당 시료를 이용해 회분식 분쇄 실험을 수행하였다. 그 후 비선형 회귀법으로 선택함수와 분쇄함수 각각의 매개변수를 계산하였다. 매개변수 계산은 MATHWORKS사의 MATLAB R2015b를 활용하였다. 계산된 선택함수의 매개변수 중 분쇄 조건에 의한 매개변수를 스케일업 경험식에 적용해 선광플랜트 볼 밀의 분쇄 조건으로 스케일업하였다. 스케일업 과정 중 평균 체류시간을 측정하기 위하여 선광플랜트 볼 밀의 투입구에 LiCl 용액을 투입한 후, 분쇄산물 배출구에서 최대 30분까지 샘플링하였다. 샘플링한 용액은 Li<sup>+</sup> 이온을 대상으로 ICP-OES(PerkinElmer OPTIMA 3000 DV, USA) 분석하였다.

스케일업된 선광플랜트 볼 밀 스케일의 선택함수, 분쇄



**Fig. 2.** Flow chart of Population Balance Modeling and simulation in mineral processing plant ball mill.

함수를 상용 선광공정 소프트웨어인 USIM-PAC 3.2(© Caspeo/BRGM, France)로 모델링한 뒤 전산 모사하였다. USIM-PAC은 분쇄, 분급, 부유선별 등 다양한 공정의 다양한 모델을 보유하고 있다는 장점이 있다(Brochot *et al.*, 2004). 이후 전산 모사된 결과를 Rosin-Rammler 입도 분포 함수에 나타냈다. Rosin-Rammler 입도 분포 함수는 체질로 분석된 볼 밀 분쇄산물의 입도 분포를 나타낼 때 주로 사용된다. 분쇄산물의 입도 분포는 식 (11)과 같은 분포를 따른다.

$$100 - P = 100 \exp(-bX)^n \tag{11}$$

$b$ 와  $n$ 은 상수,  $P$ 는 누적 분포 함수,  $X$ 는 입도를 나타낸다. 식 (11)은 식 (12)와 같이 표현될 수 있다.

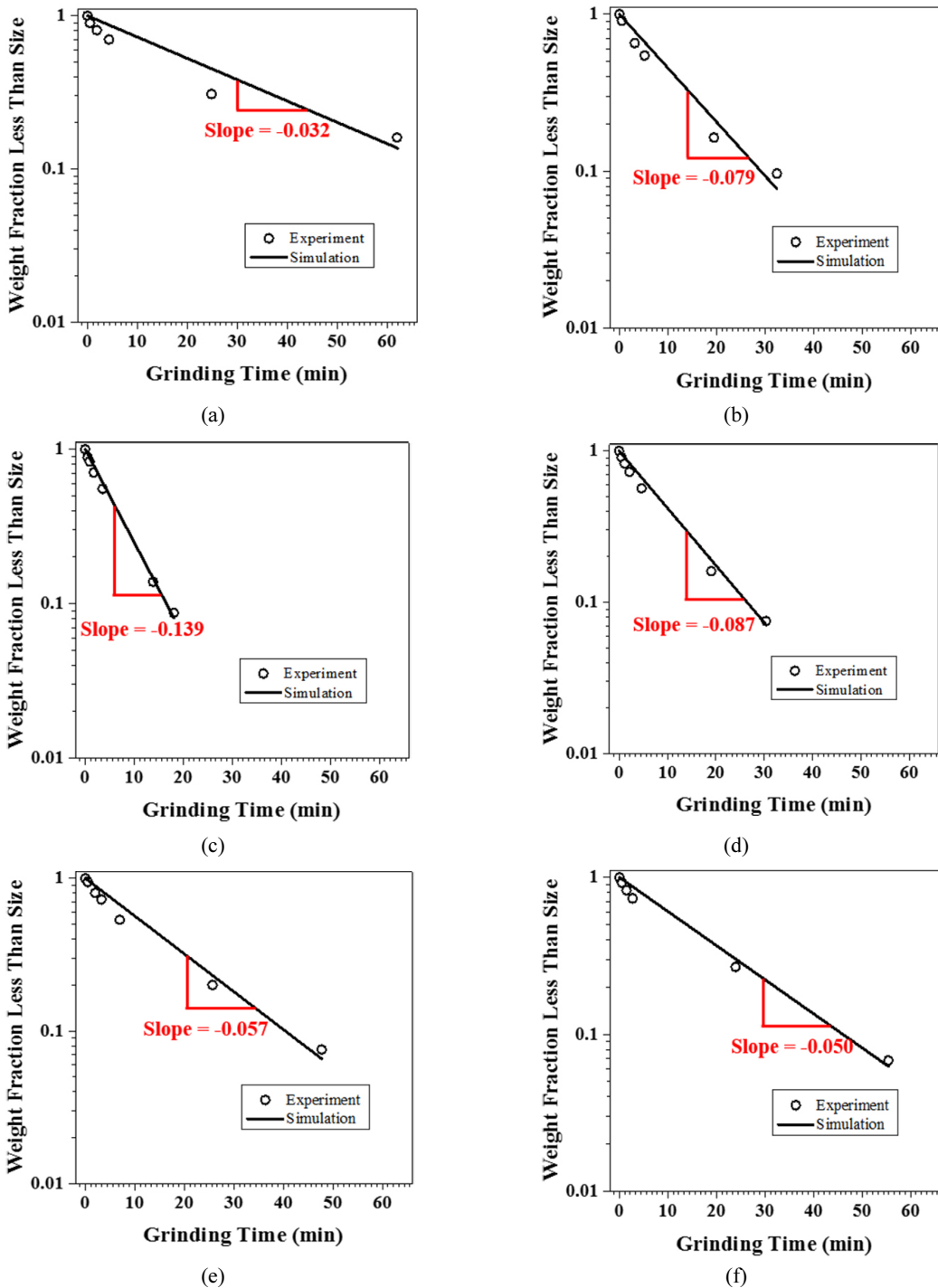
$$\log\left[\ln \frac{100}{100 - P}\right] = \log b + n \log X \tag{12}$$

식 (12)에서, x축과 y축 모두 로그 스케일일 때  $X$ 와  $\ln[100/100 - P]$ 의 그래프는 기울기  $n$ 의 직선을 나타낸다 (Austin, 1984). Fig. 2는 선광플랜트 볼 밀의 모델링 및 전산 모사 순서도이다.

**실험 결과**

**Batch Grinding Test**

여섯 개의 단일 입도 구간의 시료를 이용해 회분식 분쇄 실험을 수행하였다. Fig. 3은 각 입도 구간 별 분쇄 시간에



**Fig. 3.** First-order kinetics model by batch grinding time with batch grinding conditions.

(a) + 2.8-4.0 mm, (b) + 2.0-2.8 mm, (c) + 1.0-1.4 mm, (d) + 0.5-0.71 mm, (e) + 0.355-0.5 mm, (f) + 0.25-0.355 mm

따른 잔존 시료 비율을 나타낸다. 그래프가 선형으로 나타남에 따라 분쇄 속도는 1차 반응식을 따름을 확인하였다. 이에 따라 잔존 시료 비율을 분쇄 시간에 나누어 기율기는 시료의 분쇄 속도  $S_i$ 를 의미한다. 기율기  $S_i$ 를 추세선으로 나타내 값을 구하였다. 측정된 입도 별  $S_i$  값을 Fig. 4와 같이 나타내었다. 점으로 나타낸 것은 실제 분쇄 실험에서 측정된  $S_i$ , 선으로 나타낸 것은 측정된 입도 별  $S_i$ 를 식 (2)와 같은 일반식으로 나타낸 것이다. 분쇄 조건에 의한 매개변수인  $a$ 와  $\mu$ 의 값은 각각 0.2475와 2.4537, 시료 특성에 의한 매개변수인  $\alpha$ 와  $\Lambda$ 의 값은 각각 0.7763와 4.8592로 계산되었다.

Fig. 5는 각 입도 구간에서 측정된 분쇄함수를 정규화하여 나타낸 그래프이다. 일반적으로 분쇄함수는 입도에 영향을 받지 않아, 분쇄된 산물의 입도를 기준 입도로 나누어

정규화하여 나타냈다. 분쇄함수의 매개변수는 모두 시료 특성에 의한 것으로  $\phi$ 는 0.3817,  $\gamma$ 는 0.6197,  $\beta$ 는 2.7275로 계산되었다.

**Scale-up**

Austin(1984)이 제안한 스케일업 경험식 (6)과 같이 스케일업하였다. 분쇄 조건에 의한 선택함수의 매개변수를  $a$ ,  $\mu$ 를 대상으로 하였다. 실제 선광플랜트의 분쇄 조건은 Table 3과 같다. 분쇄 매체인 볼의 직경은 5.63cm로 가정하였는데, 이는 식 (7)에서 산출된 것이다. 볼이 마모되는 속도가 선형이라고 가정하여 계산하였다. 실제 선광플랜트에서는 50 mm 볼과 80 mm 볼을 각각 30%, 70%의 비율로 섞어 투입함을 고려해 Fig. 6과 같이 볼 직경의 분포를 예측하였다.

평균 체류시간을 측정하기 위하여 선광플랜트 볼 밀의

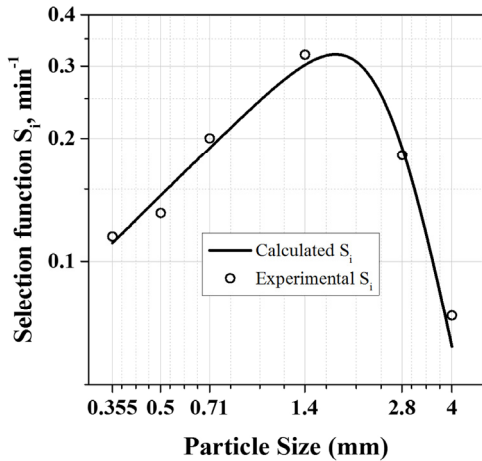


Fig. 4. Selection function with particle size.

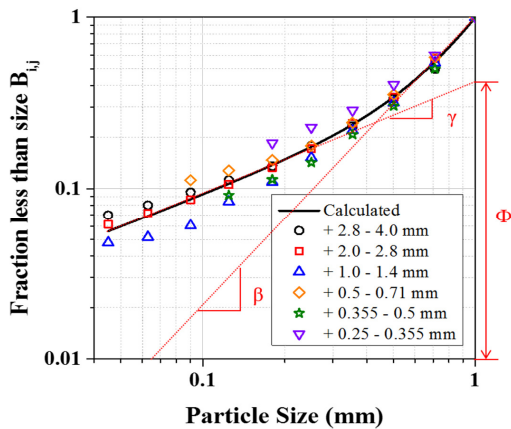


Fig. 5. Breakage function with particle size.

Table 3. Mineral processing plant ball mill grinding test conditions

$V$	Mill volume	10.05 $m^3$
$D$	Mill inner diameter	2.29 m
$L$	Mill length	2.8 m
$d$	Ball diameter	5.63 cm
$J$	Ball filling ratio	45%
$\rho_b$	Ball density	7.8 $g/cm^3$
$\rho_m$	Material density	2.7 $g/cm^3$
$U$	Interstitial filling ratio	0.33
$\phi_c$	Critical speed	85%

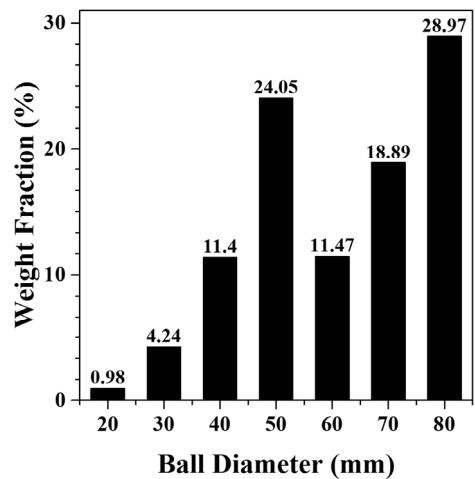


Fig. 6. Calculated ball size distribution for mineral processing plant ball mill.

투입구에 Tracer로 주로 사용되는  $LiCl$  용액을 투입한 후, 산물 배출구에서 최대 30분까지 30회 샘플링하였다(Austin, 1984). 샘플링한 용액의 시간 별  $Li^+$  이온 농도를 ICP-OES로 분석하여 그 결과를 Fig. 7에 나타냈다. 평균 체류시간은 11.52 분으로 측정되었다, 측정된 평균 체류시간과 처리량을 식 (10)에 대입한 결과 볼 밀 내에 체류하는 시료의 양은 약 1.44 t, 볼 공극 내 시료 충전율은 0.33으로 계산되었다. 최적의 볼 공극 내 시료 충전율은 0.6에서 1.1으로 알려져 있어, 처리량을 늘려 볼 밀 내에 체류하는 시료의 양을 늘릴 필요가 있음을 확인하였다.

임계속도 대비 밀 회전 속도 또한 현장의 조건과 같이 85%로 하였다. Table 4는 스케일업 전과 실제 선광플랜트 분쇄 조건에 의해 스케일업된 선택함수, 분쇄함수의 매개변수를 비교한 것이다.

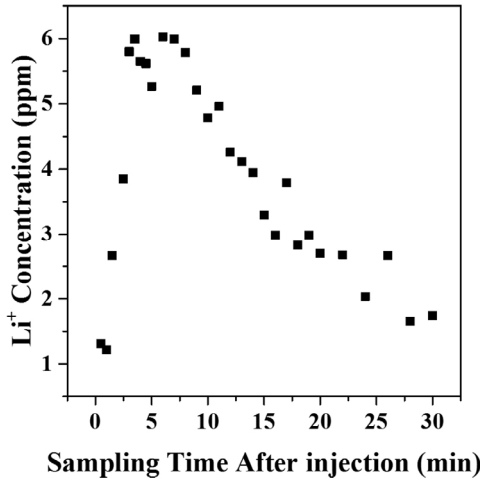


Fig. 7. Lithium ion concentration by sampling time after injection to mineral processing plant ball mill.

Table 4. Breakage parameters scaled-up to mineral processing plant ball mill grinding conditions

		Batch	Scaled-up
Selection function parameters	$a$	0.2475	0.3235
	$\alpha$	0.7763	0.7763
	$\mu$	2.4537	19.6305
	$\Lambda$	4.8592	4.8592
Breakage function parameters	$\Phi$	0.3817	0.3817
	$\gamma$	0.6197	0.6197
	$\beta$	2.7275	2.7275

Simulation

전산 모사는 상용 선광공정 소프트웨어인 USIM-PAC을 활용하였다. 선광플랜트 볼 밀의 분쇄 조건과 상기 모델 및 변수 등을 입력한 후 전산 모사하였다. 처리량은 7.5 t/h, 광액 농도는 선광플랜트 볼 밀의 것과 같이 56.3%로 하였다. 규격은 내경 2.24 m, 길이 2.8m로 하였다.

산출된 선광플랜트 볼 밀의 입도 분포는 Fig. 8과 같다. 둥근 점이 실제 분쇄산물의 입도 분포를 나타낸 것, 붉은 점선이 전산 모사한 결과를 나타낸 것이다. 실제 분쇄산물과 전산 모사된 결과 모두  $D_{80}$ 이 0.191 mm로 산출되었다. 또한 두 결과 간 결정계수는 0.995로 산출되어, 입도 분포가 일치함을 확인하였다.

Fig. 9는 산출된 전산 모사 결과를 Rosin-Rammler 입도

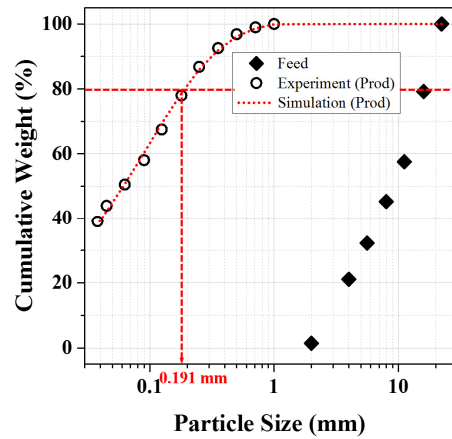


Fig. 8. Comparison of simulated and experimental size distributions for the mineral processing plant ball mill.

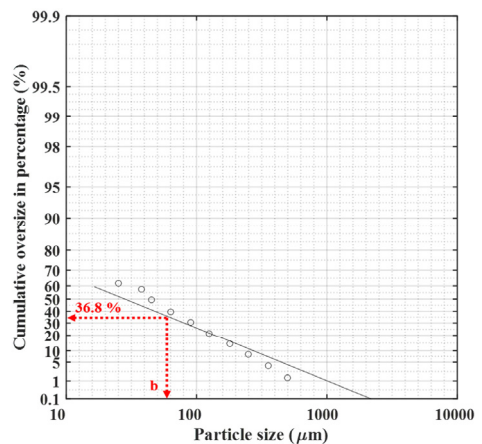


Fig. 9. Simulation Results fitted to the Rosin-Rammler model.

분포 함수에 나타난 것이다. 매개변수  $n$ 은 0.52965,  $b$ 는 56.5364로 산출되었다. 결정계수는 0.94002로, 유의미하게 분포함을 확인하였다.

## 결 론

Population Balance Model을 활용하여 선광플랜트 볼 밀을 전산 모사한 결과 도출한 결론은 다음과 같다.

1. 국내 금은광석의 회분식 분쇄 실험을 통하여 선택함수, 분쇄함수를 구하였으며, 이를 스케일업하여 실제 선광플랜트 볼 밀을 전산 모사하였다. 전산 모사 결과와 선광플랜트 볼 밀 분쇄산물의 입도 분포가 일치함을 확인하였다.
2. 평균 체류시간을 측정하여 볼 밀 내 체류하는 시료의 양을 계산하였다. 그 결과, 볼 공극 내 시료 충전율이 0.33으로 계산되었다. 볼 공극 내 시료 충전율이 0.6에서 1.1일 때 최적의 분쇄 조건임을 고려했을 때, 처리량을 늘려 볼 밀 내 체류하는 시료의 양을 늘릴 필요가 있음을 확인하였다.
3. 스케일업에 적용되는 선광플랜트 볼 밀 분쇄 조건 변수를 달리하면 해당 국내 금은광석의 다른 선광플랜트 볼 밀 공정 또한 전산 모사할 수 있다. 이를 활용하면 볼 밀 규격 변경이나 처리량 변경 등의 분쇄 조건 변경에 따른 효과를 정량적으로 나타낼 수 있다.
4. 향후 스파이럴, 습식 싸이클론 등의 분급 공정 모델링 및 전산 모사 시 전체 분쇄·분급 공정을 모사할 수 있을 것으로 사료된다. 이에 따라 전체 공정 산물의 입도 분포, 최대 처리량 등을 예측할 수 있을 것으로 기대된다.

## Nomenclature

- $w_i(t)$  : Weight fraction of particle size interval  $i$  after grinding time  $t$
- $S_i$  : Selection function(Specific rate of breakage) of particle size interval  $i$
- $a$  : Selection function parameter that depends on grinding conditions
- $\alpha$  : Selection function parameter that depends on material properties
- $\mu$  : Selection function parameter that depends on grinding conditions
- $A$  : Selection function parameter that depends on material properties
- $x_i$  : the upper size of the particle size interval  $i$
- $\beta$  : Breakage function parameter

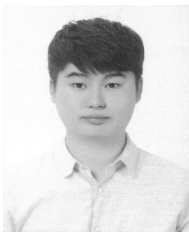
- $\Phi$  : Breakage function parameter
- $\gamma$  : Breakage function parameter
- $b_{i,j}$  : Breakage function(Primary breakage distribution) of particle size interval  $j$  that reports into particle size interval  $i$
- $B_{i,j}$ : Cumulative breakage function
- $$(B_{i,j} = \sum_{k=n}^i b_{k,j}, b_{i,j} = B_{i,j} - B_{i+1,j})$$
- $P_i(t)$ : Mass fraction less than particle size interval  $x_i$  at grinding time  $t$
- $a_T$  : parameter  $a$  with batch grinding conditions
- $\mu_T$  : parameter  $\mu$  with batch grinding conditions
- $x_i$  : Maximum particle size of particle size interval  $i$
- $x_0$  : Standard particle size
- $N$  : Correction factor of Austin's scale-up procedure
- $c$  : Correction factor of Austin's scale-up procedure
- $D$  : Plant mill inner diameter
- $D_T$ : Batch mill inner diameter
- $d$  : Plant ball diameter
- $d_T$ : Batch ball diameter
- $J$  : Plant ball filling ratio
- $J_T$ : Batch ball filling ratio
- $U$  : Plant material filling ratio
- $U_T$ : Batch formal ball filling ratio
- $\Phi_c$  : Plant rotational speed (% of critical speed)
- $\Phi_{cT}$ : Batch rotational speed (% of critical speed)
- $m_k$  : Mass fraction of ball diameter interval  $k$
- $d_{k_u}$  : Maximum diameter of ball diameter interval  $k$
- $d_{k_l}$  : Minimum diameter of ball diameter interval  $k$
- $d_{k_{max}}$  : Maximum diameter of ball added to the mill
- $d_{k_{min}}$  : Minimum diameter of ball that can exist in the mill
- $\Delta$  : Parameter that means wear rate of ball

## References

- Austin, L. G. and Bagga, P., 1981. An analysis of fine dry grinding in ball mills. *Powder Technology*, 28(1), 83-90.
- Austin, L.G. and Bhatia, V.K., 1972. Experimental methods for grinding studies in laboratory mills. *Powder Technology*, 5(5), 261-266.
- Austin, L.G. and Klimpel, R.R., 1984. Ball wear and ball size distributions in tumbling ball mills. *Powder Technology*, 41(3), 279-286.
- Austin, L.G., 1973. A commentary on the Kick, Bond and



- Rittinger laws of grinding. *Powder Technology*, 7(6), 315-317.
- Austin, L.G., Klimpel, R.R., and Luckie, P.T., 1984. *Process engineering of size reduction: ball milling*, 1<sup>st</sup> Ed., Vol. 1, Society of Mining Engineers of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, New Jersey, United State of America.
- Bond, F.C., 1952. The third theory of comminution, *Trans. AIME, Min. Eng. ed* 193, 484-494.
- Brochot, S., Durance, M.V., Villeneuve, J., d'Hugues, P., and Mugabi, M., 2004. Modelling of the bioleaching of sulphide ores: application for the simulation of the bioleaching/gravity section of the Kasese Cobalt Company Ltd process plant. *Minerals Engineering*, 17(2), 253-260.
- Chimwani, N., Glasser, D., Hildebrandt, D., Metzger, M.J., and Mulenga, F.K., 2013. Determination of the milling parameters of a platinum group minerals ore to optimize product size distribution for flotation purposes. *Minerals Engineering*, 43, 67-78.
- Chimwani, N., Mulenga, F.K., Hildebrandt, D., Glasser, D., and Bwalya, M.M., 2014. Scale-up of batch grinding data from simulation of industrial milling of platinum group minerals ore. *Minerals Engineering*, 63, 100-109.
- Cho, H.C. and Kim, J.Y., 2000. Mathematical modeling and simulation of grinding circuits. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 37(6), 448-458.
- Fuerstenau, D.W., Clutch, J.J., and De, A., 1999. The effect of ball size on the energy efficiency of hybrid high-pressure roll mill/ball mill grinding. *Powder Technology*, 105(1), 199-204.
- Herbst, J.A. and Fuerstenau, D.W., 1980. Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models. *International J. of Mineral Processing*, 7(1), 1-31.
- Jung, M.U., Han, S.S., Nam, C.W., Park, K.H., and Park, J.K., 2017. Closed Grinding Circuit Design of Cu-Ni-Co-Fe-S Matte. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 54(1), 57-65.
- Kwon, J., Jeong, J., and Cho, H., 2016. Simulation and optimization of a two-stage ball mill grinding circuit of molybdenum ore. *Advanced Powder Technology*, 27(4), 1073-1085.
- Lee, H. and Cho, H. C., 2006. Breakage characteristics of some industrial minerals in a ball mill. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 43(6), 533-542.
- Lee, H. and Cho, H. C., 2013. Determination of Breakage Parameters on the Nonmetallic Minerals. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 39(4), 248-256.
- Lee, H., Kim, K.H., Kim, W.T., and Kim, S.B., 2013. Determination of Breakage Parameters in Mathematical Grinding Model by Weight-adjustment Modification. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 50(1), 80-87.
- Mulenga, F.K., 2017a. Sensitivity analysis of Austin's scale-up model for tumbling ball mills—Part 1. Effects of batch grinding parameters. *Powder Technology*, 311, 398-407.
- Mulenga, F.K., 2017b. Sensitivity analysis of Austin's scale-up model for tumbling ball mills—Part 2. Effects of full-scale milling parameters. *Powder Technology*, 317, 6-12.
- Perry, J.H., 1963. *Chemical Engineers' Handbook*, 4<sup>th</sup> Ed., Vol. 1, McGraw-Hill, New York, United State of America, p.8-8.
- Walker, W.H., Lewis, W.K., McAdams, W.H. and Gilliland, E.R., 1937. *Principles of Chemical Engineering*, 3<sup>rd</sup> Ed., Vol. 1, McGraw-Hill, New York, United State of America, p.255-255
- Whang, K.U. and Lee, M.Y., 1991a. Estimation of Selection and Breakage Functions from Batch Grinding Data and its Application to Simulation. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 28, 464-471.
- Whang, K.U. and Lee, M.Y., 1991b. The Effect of Ball Size on the Wet Grinding of Talc. *J. of the Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, 28, 46-53.



**이 원 재**

2017년 한양대학교 공과대학 자원환경  
공학과 공학사

현재 한양대학교 자원환경공학과 석사과정  
(E-mail; lwj9004@hanyang.ac.kr)

**한 성 수**

현재 한양대학교 자원환경공학과 박사과정  
(本 學會誌 第54卷 第1号 參照)



**임 근 태**

2009년 조선대학교 공과대학 에너지자  
원공학과 공학사

현재 썬시멘트(주) 기술연구소 대리  
(E-mail; gtlim@suncement.co.kr)

**정 민 욱**

현재 한양대학교 자원환경공학과 석사과정  
(本 學會誌 第54卷 第1号 參照)



**박 승 수**

2011년 한양대학교 공과대학 자원환경  
공학과 공학사  
2013년 한양대학교 공과대학 자원환경  
공학과 공학석사

현재 한양대학교 자원환경공학과 박사과정  
(E-mail; ssglenpark@hanyang.ac.kr)

**박 재 구**

현재 한양대학교 공과대학 교수  
(本 學會誌 第54卷 第1号 參照)