연구논문

# 이방성 파괴 모델을 이용한 횡등방성 암반 내 시추공 안정성 해석

# 김한나<sup>1)</sup> · 권새하<sup>1)</sup> · 민기복<sup>1)\*</sup>

## A Borehole Stability Analysis in Transversely Isotropic Rock Using Anisotropic Failure Criteria

Hanna Kim, Saeha Kwon and Ki-Bok Min\*

(Received 6 August 2015; Final version Received 24 August 2015; Accepted 24 August 2015)

**Abstract :** This study presents borehole stability analysis in transversely isotropic rock using analytical and numerical models. The study includes the verification of existing analytical solution, comparison of the isotropic and anisotropic model, and comparison of the range of borehole breakout that is predicted using the anisotropic Mohr-Coulomb failure criterion considering strength anisotropy. A various scenarios with depth in transversely isotropic rock are considered in order to examine the borehole breakout. As a result, the elastic modulus anisotropic ratio (E/E') and shear modulus anisotropic ratio(G/G') have big influence on the stress distribution but the effect of anisotropic ratio of Poisson's ratio (v/v') is not great. The prediction of borehole breakout that does not consider the anisotropic behavior of rock can lead to erroneous results, therefore it is necessary to consider the anisotropy in borehole stability analysis in anisotropic rock.

Key words : Anisotropy, Transversely isotropy, Stress concentration, Borehole breakout, Borehole stability

**요 약**: 본 연구는 이론해와 수치해를 이용하여 횡등방성 암반에 대한 시추공 안정성 해석을 실시하였다. 기존 에 제안된 횡등방성 암반 내 시추공 주변에서의 응력 분포에 관한 이론해와 수치해석을 통한 탄성해를 분석하였으며, 강도이방성을 고려한 이방성 파괴 모델에서의 시추공벽 붕괴 범위를 예측해보고 이를 등방성 파괴모델을 사용한 경우와 비교해 보았다. 또한 심도가 깊어짐에 따라 예상되는 시추공벽 붕괴 결과에 대해 검토하였다. 그 결과, 포아송비 이방성비(v/v')의 영향은 미비하였으나 탄성계수 이방성비(E/E')와 전단탄성계수의 이방성비(G/G') 정도에 따라 응력 분포 양상에 큰 차이가 있었다. 또한 대상암반 주변의 응력 경계 조건에 의해서 뿐만 아니라 암반의 탄성계수 이방성과 강도 이방성의 고려 유무에 따라서 시추공벽 주변의 파괴형태에 상당한 차이 가 있음을 확인 할 수 있었다. 이와 같은 결과를 감안할 때 시추공의 안정성 해석 수행 시에는 암석의 이방적 특성을 고려하는 것이 필수적이라 판단된다.

주요어 : 이방성, 횡등방성, 응력 집중, 시추공벽 붕괴, 시추공 안정성

## 서 론

EGS(Enhanced Geothermal System, 인공저류층 지열시 스템) 지열발전, 석유 및 천연가스생산, 이산화탄소 지중 저장 등을 위한 탐사 및 생산 시추시 안정한 시추공의 유지 는 필수적이다. 평형상태에 놓여있던 응력장이 시추에 따 라 공벽주변 응력의 교란 및 집중이 발생하고, 이에 따른 시

E-mail; kbmin@snu.ac.kr

추공벽의 불안정은 많은 문제를 야기할 수 있다. 공벽불안 정에 의해 야기되는 비용은 전체 시추비용의 5-10%에 이 른다는 보고도 있으며, 특히 최근에는 수직 시추공 뿐만 아 니라 수평 및 경사공 등의 시추가 빈번해지는 등 시추공 궤 적이 복잡해짐에 따라 공벽안정성 유지의 중요성은 더욱 증가하고 있다(Fjær *et al.*, 2008; Yoon *et al.*, 2013). 통상 시추공벽 불안정의 문제는 셰일과 이암 등의 암석에서 가 장 빈번한 것으로 알려지고 있으며 이의 원인으로 점토광 물의 팽창, 이수압력 조절의 실패, 이방성 등 여러 가지가 있을 수 있다(Fjær *et al.*, 2008).

흔히 시추공 안정성의 분석을 위하여 방향에 따른 암반 의 탄성적, 강도적 성질이 동일하다고 간주하는 등방성을

<sup>1)</sup> 서울대학교 에너지시스템공학부

<sup>\*</sup>Corresponding Author(민기복)

Address; Department of Energy Systems Engineering, Seoul National University, 1 Gwanak-ro Gwanak-gu, Seoul, Korea

가정하는 경우가 많다(Zoback et al., 1985; Aadnoy and Chenevert, 1987; Peska and Zoback, 1995; Zoback et al., 2003). 그러나 암반은 층리면, 편리면 등의 영향으로 인하 여 방향에 따른 탄성정수 및 강도가 다른 이방성을 띠는 경 우가 많으며 시추공벽 안정해석을 위해서도 이에 대한 고 려가 필요하다(Amadei, 1982; Ong, 1994; Cho et al., 2012; Kim, 2012; Lee et al., 2012). 앞서 언급한 셰일은 이 산화탄소 지중 저장의 덮개암이며 셰일 가스의 저류암이며 횡등방성을 띠는 대표적인 이방성 암석이다(Cho et al., 2012). 이방성 암석의 이방성비를 최대탄성계수와 최소탄 성계수의 비(Emax/Emin)로 정의할 때, 일반적인 이방성 암석 의 이방성비는 1.3 미만에서 3 이상까지 나타나는 것으로 알려져 있다(Amadei, 1996). 셰일의 경우 방향에 따른 강 도 이방성도 현저하게 나타나며(Cho et al., 2012), 응력집 중의 차이에 대한 고려없이 강도 이방성만을 고려하였을 때도 시추공벽 붕괴(borehole breakout)의 방향 및 범위에 현저한 영향을 주는 것으로 알려져 있다(Lee et al., 2012). 암반의 탄성정수 이방성이 고려될 경우 시추공 주변의 응 력 집중의 정도는 달라지게 되며, 이에 따라 시추공벽 붕괴 의 방향 및 범위에 추가적인 영향을 주게 될 것이다 (Amadei, 1982; Ong, 1994).

본 연구에서는 횡등방성 암반 내 시추공벽에서의 응력 분포에 대한 이론해를 이용하여 횡등방성 암반의 이방적 특성을 규정하는 5개의 탄성정수가 응력 분포에 미치는 영 향을 수직공, 수평공 및 경사공에 대하여 분석하였다. 또한 이론해와 수치해를 이용하여 시추공벽 주변암반에서의 응 력 분포를 분석하였다. 마지막으로 시추공 주변의 응력분 포와 강도이방성을 고려한 이방성 Mohr-Coulomb 파괴 모 델을 결합하여 시추공벽 붕괴 범위를 예측하고 이를 강도 이방성을 고려하지 않은 등방성 모델의 경우와 비교하였다.

## 배경 이론

#### 이방성 암석의 구성방정식

재료의 방향에 따른 탄성적 성질이 동일하다는 등방성의 성질을 가정할 경우, 재료의 구성방정식은 후크(Hooke)의 법칙에 의해서 간단하게 표현될 수 있다. 하지만 실제 암석 의 경우 방향에 따른 탄성적 성질은 동일하지 않으며, 특히 엽리가 발달한 변성암이나 충리구조가 발달한 퇴적암의 경 우, 일정한 평면이나 축에 대하여 대칭적으로 탄성적 성질 이 동일하지만 다른 평면이나 축에 대하여 탄성적 성질이 상이한 경우를 흔히 볼 수 있다. 세 개의 직교 평면을 중심으 로 대칭적으로 탄성적 성질이 일치하는 경우를 직교이방성 (orthotropic), 한 개의 좌표축을 중심으로 대칭적으로 탄성 적 성질이 일치하는 경우를 횡등방성(transversely isotropic)



**Fig. 1.** A transversely isotropic body for which the x, y plane is the plane of isotropy.

이라 부른다(Lekhnitskii, 1963).

어떠한 축과 평면에 대해서도 탄성적 성질이 대칭하지 않는다면, 그 재료는 완전 이방성 재료이며 이는 일반화된 후크의 법칙으로 구성방정식을 표현할 수 있다. 이 경우 변 형율과 응력을 관계 짓는 상수는 36개이며, 이에 대해 탄성 포텐셜과 행렬의 대칭성을 고려하면 독립적인 상수는 총 21개가 된다.

특히 횡등방성의 경우는 E, E', v, v', G'의 5개의 탄성 정 수로 변형율-응력 관계를 표현할 수 있으며, Fig. 1과 같이 x-y평면을 등방평면으로 가정할 경우 이에 대한 변형율-응 력 관계는 식(1)의 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu'}{E'} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu'}{E'} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu'}{E'} & -\frac{\nu'}{E'} & \frac{1}{E'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$
(1)
$$\begin{bmatrix} E = E_{x} = E_{y} \\ E' = E_{z} \\ \nu = \nu_{xy} = \nu_{yx} \\ \nu' = \nu_{zx} = \nu_{zy} \\ G' = G_{yz} = G_{xz} \end{bmatrix}$$
(2)

여기서 E, E'은 각각 등방 평면과 여기에 수직인 방향의 탄 성계수이고, v, v'는 등방 평면에 각각 평행하거나 수직으 로 응력이 작용할 때 횡등방면 평면에서의 횡방향 변형율

표현할 수 있으며,  $\sigma_{rr}$ 은 반경방향의 수직응력,  $\sigma_{\mu}$ 는 원주 방향의 수직응력(접선응력),  $\tau_{r\theta}$  는 원주방향의 전단응력, σ,,,는 축방향 수직응력을 의미하여, 시추공 주변의 모든 응 력들은 공 중심으로 부터의 거리(r)와 SHmax 방향으로 부터 의 방위각(0)의 함수로 표현된다. 특히 시추 공벽(R/r=1) 에서의 원주방향의 수직응력  $\sigma_{\theta\theta}$ 는  $(S_{Hmax} + S_{hmin}) - 2$ (S<sub>Hmax</sub> − S<sub>hmin</sub>)cos2θ이 되므로, 방위각이 0도나 180도 일 때 최소값  $3S_{hmin} - S_{Hmax}$ 을, 방위각이 90도나 270도 일 때 최대값  $3S_{Hmax} - S_{hmin}$ 의 응력 집중이 나타난다. 이 와 같은 응력 집중이 암반의 압축강도를 초과할 경우, 최소 주응력 방향으로 시추공벽 붕괴 현상(borehole breakout) 이 발생한다. 시추공벽 붕괴의 범위를 추정하기 위하여 Zoback 등 (1985) 은 시추공벽 주변에서의 파괴는 Mohr-Coulomb 파괴 조건을 따른다고 가정하여 붕괴 범위를 예 상하였다. Mohr-Coulomb 파괴식을 내부마찰각과 공벽 주 변응력에 대한 식으로 변환하면 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$C = \sqrt{1 + \mu^2} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} - \mu \left(\frac{\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr}}{2}\right) \quad (4)$$

여기서 μ=tanφ 으로 φ는 내부마찰각을 의미하며, C는 시추 공벽 붕괴를 막기 위한 암반의 점착 강도로써 대상 암반의 점착력과 비교하여 파괴여부를 판단할 수 있다. 또한 식(4) 에 식(3)을 대입하면, 특정 주응력 상태에서의 시추공벽 붕 괴 범위를 추정할 수 있다.

#### 이방성 암반 내 시추공 주변의 응력 분포

이방성 암반 내 시추공 주변의 응력 분포에 대해 지금까 지 많은 연구들이 진행되어 왔다. Lekhnitskii(1963)는 원 형공을 포함한 이방성 매체 내에서의 응력 분포에 관한 이 론해를 제시하였다. 이를 암반공학 분야에 적용한 Amadei (1982)는 평면 변형율(plane strain) 조건을 가정하여 시추 공 중심축과 평행한 방향으로의 경계조건까지도 포함한 삼 차원적 분석을 수행하였다. 이방성 암반과 암반 주변 응력 장에 각각 좌표계를 설정하고 이를 시추공을 중심으로 한 좌표계로 변환하여 시추공 주변 응력을 계산하였다. 또한 Lekhnitskii의 일반해로부터 이방성의 특수한 경우인 직교 이방성과 횡등방성, 등방성 암반 내 시추공벽에서의 변형 및 응력 분포에 관한 이론해를 도출하였다. Ong(1994)은 등방평면이 시추공의 중심축과 수직한 횡등방성의 경우와 등방성의 경우에는 Amadei의 이론해를 적용할 수 없음을 주장하였으나, 최근 Gaede 등(2012)이 이를 재검토하여 등 방성을 포함한 모든 횡등방성의 경우에 Amadei의 이론해

과 종방향 변형율의 비로 구해진 포아송비이다. G'은 횡등 방 평면에 수직인 평면에서의 전단탄성계수이며 각각의 탄 성정수는 Fig. 1의 좌표계에서 식 (2)와 같이 정의된다.

#### 등방성 암반 내 시추공 주변의 응력 분포

암반을 시추할 경우, 대상 암반 내 응력장이 교란되어 시 추공 주변의 응력분포가 변하게 되며 이에 따른 등방성 암 반 내 시추공 주변의 응력분포에 대해서는 커쉬(Kirsch)에 의해 일반화되어 있다. 등방 탄성 암반 내에서 반경이 R인 원형 수직공이 수평 방향으로 최대 주응력 S<sub>Hmax</sub> 와 연직 방 향으로 최소 주응력 S<sub>hmin</sub>의 응력을 받고 있을 경우(Fig. 2), 공동 주변의 응력 분포는 식 (3)와 같이 표현된다(Zoback, 2007).

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{2} \left( S_{H\max} + S_{h\min} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left( S_{H\max} - S_{h\min} \right) \\ \times \left\{ 1 - 4 \left( \frac{R}{r} \right)^2 + 3 \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right\} \cos 2\theta + \Delta P \left( \frac{R}{r} \right)^2 \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{2} \left( S_{H\max} + S_{h\min} \right) \left\{ 1 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right\} - \frac{1}{2} \left( S_{H\max} - S_{h\min} \right) \\ \times \left\{ 1 + 3 \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right\} \cos 2\theta - \Delta P \left( \frac{R}{r} \right)^2 \\ \tau_{r\theta} = -\frac{1}{2} \left( S_{H\max} - S_{h\min} \right) \left\{ 1 + 2 \left( \frac{R}{r} \right)^2 - 3 \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right\} \sin 2\theta \\ \sigma_{\Xi} = S_v - 2\nu \left( S_{H\max} - S_{h\min} \right) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \cos 2\theta$$
(3)

이 식에서 △P는 시추공 내 유체 압력을 의미한다. 원형 공동이므로 해는 원통형 좌표계(cylindrical coordinate)로



**Fig. 2.** The state of stress around a circular hole in an infinite elastic rock mass with far field stress.

를 적용할 수 있음을 입증하였다.

본 연구에서는 Amadei(1982)의 이론해를 이용하여 횡 등방성 암반 내 시추 공벽에서의 응력 분포를 조사하고 이 를 이용하여 시추공벽의 안정 여부를 분석하고자 하였다.

이방성 암반 내 시추공 주변에서의 응력분포에 관한 일 반해는 Airy 응력 함수로 표현되는데, 시추공 주변 응력 ( $\sigma_{borchole}$ )은 시추공 천공 전의 현지응력( $\sigma_{original}$ )과 천공에 의한 유도 응력( $\sigma_{induced}$ )의 합으로 표현할 수 있다(Lekhnitskii, 1963; Amadei, 1982)(식(5)). 특히, 등방평면에 대해 수직인 회전축을 가지고, 5개의 탄성계수(E, E', v, v', G') 로 역학적 물성을 표현할 수 있는 횡등방성 암반의 경우, 시 추공벽에서의 응력에 관한 이론해는 다음과 같이 구할 수 있다(Amadei, 1982).

$$\sigma_{xx,borehole} = \sigma_{xx,original} + \sigma_{xx,induced}$$

$$= \sigma_{xx,original} + 2 \operatorname{Re}\left[\mu_{1}^{2}\phi_{1}'(z_{1}) + \mu_{2}^{2}\phi_{2}'(z_{2}) + \lambda_{3}\mu_{3}^{2}\phi_{3}'(z_{3})\right]$$

$$\sigma_{yy,borehole} = \sigma_{yy,original} + 2 \operatorname{Re}\left[\phi_{1}'(z_{1}) + \phi_{2}'(z_{2}) + \lambda_{3}\phi_{3}'(z_{3})\right]$$

$$\tau_{yy,borehole} = \tau_{yy,original} + \tau_{yy,induced}$$

$$= \tau_{xy,original} - 2 \operatorname{Re}\left[\mu_{i}\phi_{1}'(z_{1}) + \mu_{2}\phi_{2}'(z_{2}) + \lambda_{3}\mu_{3}\phi_{3}'(z_{3})\right]$$

$$\tau_{xz,borehole} = \tau_{xz,original} + \tau_{xz,induced}$$

$$= \tau_{xz,original} + 2 \operatorname{Re}\left[\lambda_{1}\mu_{i}\phi_{1}'(z_{1}) + \lambda_{2}\mu_{2}\phi_{2}'(z_{2}) + \mu_{3}\phi_{3}'(z_{3})\right]$$

$$\tau_{yz,borehole} = \tau_{yz,original} + \tau_{yz,induced}$$

$$= \tau_{yz,original} - 2 \operatorname{Re}\left[\lambda_{i}\phi_{1}'(z_{1}) + \lambda_{2}\mu_{2}\phi_{2}'(z_{2}) + \phi_{3}'(z_{3})\right]$$

$$\sigma_{zz,borehole} = \sigma_{zz,original} + \sigma_{zz,induced}$$

$$= \sigma_{zz,original} + \sigma_{zz,induced} + a_{32}\sigma_{yy,induced} + a_{34}\tau_{yz,induced}$$

$$= \sigma_{zz,OH} - \frac{1}{a_{33}} \begin{pmatrix} a_{3}\sigma_{xx,induced} + a_{35}\sigma_{xy,induced} + a_{34}\sigma_{yz,induced} \\ + a_{35}\sigma_{xz,induced} + a_{36}\sigma_{xy,induced} \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{1} = -\frac{l_{3}(\mu_{1})}{l(\mu_{1})}$$

$$\lambda_{1} = l_{2}(\mu_{1})$$

$$\lambda_{2} = -\frac{l_{3}(\mu_{2})}{l_{2}(\mu_{2})}$$

$$\lambda_{3} = -\frac{l_{3}(\mu_{3})}{l_{4}(\mu_{3})}$$
(6)

$$\begin{aligned} f(\mu) &= l_4(\mu) l_2(\mu) - l_3(\mu) l_3(\mu) = 0 \\ l_2(\mu) &= \beta_{55} \mu^2 - 2\beta_{45} \mu + \beta_{44} \\ l_3(\mu) &= \beta_{15} \mu^3 - (\beta_{14} + \beta_{56}) \mu^2 - (\beta_{25} + \beta_{46}) \mu - \beta_{24} \\ l_4(\mu) &= \beta_{11} \mu^4 - 2\beta_{16} \mu^3 + 2(\beta_{12} + \beta_{66}) \mu^2 - 2\beta_{26} \mu - \beta_{22} \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$\tag{7}$$

$$\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3}a_{j3}}{a_{33}}$$
 (i, j = 1, 2..., 6)

$$\begin{split} \phi_{1}^{i}(z_{i}) &= \chi \begin{bmatrix} (\mu_{i}\lambda_{i}\lambda_{i} - \mu_{i})(\sigma_{y,sequal} - i\tau_{y,sequal} - P_{*}) + (\lambda_{i}\lambda_{i} - 1)(\tau_{y,sequal} - i\sigma_{x,sequal} + iP_{*}) \\ + \lambda_{i}^{i}(\mu_{i}, - \mu_{i})(\tau_{y,sequal} - i\tau_{x,sequal}) \end{bmatrix} \\ \phi_{1}^{i}(z_{i}) &= \chi_{i}^{i} \begin{bmatrix} -(\mu_{i}\lambda_{i}\lambda_{i} - \mu_{i})(\sigma_{y,sequal} - i\tau_{y,sequal} - P_{*}) + (1 - \lambda_{i}\lambda_{i})(\tau_{y,sequal} - i\sigma_{x,sequal} + iP_{*}) \\ + \lambda_{i}^{i}(\mu_{i}, - \mu_{i})(\tau_{y,sequal} - i\tau_{x,sequal}) \end{bmatrix} \\ \phi_{1}^{i}(z_{i}) &= \chi_{i}^{i} \begin{bmatrix} (\mu_{i}\lambda_{i}\lambda_{i} - \mu_{i})(\sigma_{y,sequal} - ir_{y,sequal} - P_{*}) + (\lambda_{i} - \lambda_{i})(\tau_{y,sequal} - i\sigma_{x,sequal} + iP_{*}) \\ + (\mu_{i} - \mu_{i})(\tau_{y,sequal} - i\tau_{x,sequal}) \end{bmatrix}$$

$$y_{j} = \frac{1}{-2\Delta p_{j} \sqrt{\left(\frac{z_{j}}{a}\right)^{2} - 1 - \mu_{j}^{2}}}, \quad j=1, 2, 3$$
(8)

$$p_{j} = \frac{\frac{z_{j}}{a} + \sqrt{\left(\frac{z_{j}}{a}\right)^{2} - 1 - \mu_{j}^{2}}}{1 - i\mu_{j}}, \quad j=1, 2, 3$$

$$\Delta = \mu_2 - \mu_1 + \lambda_2 \lambda_3 \left( \mu_1 - \mu_3 \right) + \lambda_1 \lambda_3 \left( \mu_3 - \mu_2 \right)$$

식 (7)에서  $f(\mu)$ 는 이방성 적합조건식에 관한 6차 특성 방정식으로,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ 는 각각  $f(\mu)$ 의 양근들이며, 상수  $\alpha_{ij}$ 는 앞의 식(1)의 변형율-응력의 관계를 규정하는 행렬식을 구성하는 원소들로서 탄성정수들의 조합으로 구성된다. 시추공의 중심축이 기울어진 경우에는 대상 암반과 암반 주변 응력장에서의 좌표계를 각각 시추공을 중심으로 한 좌표계로 변환하여 행렬식을 결정한다. 상수  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  과  $\phi'_1(z_1)$ ,  $\phi'_2(z_2)$ ,  $\phi'_3(z_3)$ 은 각각 식(6)과 식(8)으로부터 구할 수 있다.

식 (8)에서 a는 시추공의 반경을 의미하며, 복소수 z<sub>i</sub> = x + μ<sub>k</sub>y (k = 1, 2, 3)가 원형공의 원주 위(x = acosθ, y = asinθ)에 있는 점임을 가정하여 시추공벽에서의 응력 을 구한다.

시추공 주변에서의 응력의 경우는 복소수 $z_i$ 에서 시추공 의 반경a 대신에 임의의 반경 r을 대입하여 구한다. 결과적 으로  $\phi'_1(z_1), \phi'_2(z_2), \phi'_3(z_3)$ 은 시추공 주변 임의의 좌표  $(r, \theta)$ 에 대응되는 값을 갖게 된다. 여기에 경계조건을 추가 하여 계산하면 각 좌표에서 응력 성분들의 정해를 얻을 수 있다.

## 분석 및 결과

## 이론해를 이용한 탄성계수 이방성비에 따른 시추공벽 응력 분포

앞서 살펴본 이론해(5) - (8)을 이용하여 각각 단축압축, 이축압축응력 경계조건에서 탄성계수 이방성비((E/E')에 따른 공벽에서의 응력 집중도를 비교하였다.

횡등방평면에 수직 및 수평한 방향으로 각각 단축응력을 가하는 경우(Fig. 3), 접선응력의 최대 압축응력집중은 이



Fig. 3. Stress concentration for uniaxial condition with respect to the degree of anisotropy.



(a) Maximum stress direction is parallel to the isotropic plane



(b) Maximum stress direction is perpendicular to the isotropic plane

Fig. 4. Tangential stress for nonuniform biaxial stress condition around the borehole wall.

방성비(E/E')가 2와 3일 때 각각 약 2.7((a) 경우)~3.3((b) 경우)와 약 2.6((a) 경우)~3.6((b) 경우) 으로 등방성일때의 응력집중도 3과의 차이를 확인할 수 있었다. 또한 등방성 일때 -1을 나타내는 최대 인장응력집중은 이방성비(E/E') 가 2와 3일 때 각각 약 -0.7((b) 경우)~-1.3((a) 경우)와 약-0.6((b) 경우)~-1.6((a) 경우) 으로 이방성의 영향이 있음을 알 수 있다.

이 결과로부터 단축응력 가압 방향에 관계없이 횡등방평 면에 수직한 방향으로 인장이나 압축 응력 집중이 더 작게 나타나고 횡등방평면에 수평한 방향으로 응력 집중이 더 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

횡등방평면에 수직한 시추공에 이축응력을 가하게 되는 경우, 횡등방평면이 시추공과 직교하므로 작용하는 응력 에 대해서 이방성의 영향이 나타나지 않는다. 그러나 횡등 방평면에 수평한 시추공의 경우는 응력집중도의 차이가 뚜 렷하게 나타난다(Fig. 3).

횡등방평면과 수평 및 수직한 방향으로 각각 20 MPa 및 10 MPa의 이축 응력을 가한 경우, 이방성비(E/E')가 2일 때 응력집중은 최대 25% 증가, 이방성비가 3일 때 응력집 중은 최대 37% 증가하는 것으로 나타났다. 이와 반대로 횡 등방평면과 수직한 방향으로 최대 수평응력을 가한 경우는 이방성비가 2일 때 응력집중은 최대 33% 감소, 이방성비가 3일 때 응력집중은 최대 58% 감소하는 것으로 나타났다 (Fig. 4).

## 이론해를 이용한 전단탄성계수 이방성에 따른 시추공벽 응력 분포

전단탄성계수의 이방비(G/G')는 그 정도에 따라 시추공 벽 주변 응력 분포에 큰 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다



(a) Stress concentration for uniaxial condition acting in perpendicular to the isotropic plane



(b) Stress concentration for uniaxial condition acting in parallel to the isotropic plane



(c) Stress distribution around the borehole in uniform biaxial stress condition

Fig. 5. Stress distribution around borehole with shear modulus ratio (G/G<sup>2</sup>).

(Fig. 5). 특히, 등방평면에 수직한 방향으로 가압하는 경우 (Fig. 5(a))가 수평한 방향으로 가압하는 경우(Fig. 6(b)) 보 다 이방비에 따른 응력 분포의 차이가 더 크게 나타나는 것 을 볼 수 있다. 특히 이축 압축응력 조건(Fig. 5(c))에서는 등 방성의 경우(G/G'=1)와 비교해 전단탄성계수 이방비에 따 라 공벽 주변 접선 응력 분포에 상당한 차이가 있으므로, 시 추공 안정 해석 수행 시 이를 고려하는 것이 필수적이다.

## 이론해를 이용한 포아송비 이방성에 따른 시추공벽 응력 분포

전단탄성계수의 이방비(G/G')가 시추공벽 주변 응력분 포에 미치는 영향이 확연하게 나타났던 것에 반해, 포아송 비의 이방비를 최소 0.5에서 최대 5 까지 변화시켜 분포 특 성을 비교해 본 결과, 공벽 응력 분포에 미치는 영향은 크지 않은 것으로 나타났다(Fig. 6). 포아송비의 경우 절대적인 값이 작아서 값에 변화를 주더라도 식 (7)으로부터 β<sub>ii</sub> 행렬



(a) Stress concentration for uniaxial condition acting in perpendicular to the isotropic plane



(b) Stress concentration for uniaxial condition acting in parallel to the isotropic plane

**Fig. 6.** Stress distribution around borehole with anisotropic ratio of Poisson's ratio  $(\nu/\nu')$ .



Fig. 7. Vertical, horizontal and inclined borehole in transversely isotropic rock.

을 구하는 과정에서 포아송비가 미치는 영향이 많이 감소 하게 된다. 따라서 포아송비의 이방비는 다른 이방비에 비 해 응력분포에 큰 영향을 주지 못한다.

#### 경사공의 공벽 주변에서의 응력 분포

다양한 시추공의 궤적이 가능하면 플랫포옴의 숫자를 줄 일수 있으므로 해양 시추 시 경제성을 향상시킬 수 있고, 특 히 EGS 지열저류층이나 셰일가스 저류층에서의 안정적인 방향성 시추는 중요하다(Fjær *et al.*, 2008). 특히, 이방성 암 반의 경우 경사공의 경사 정도가 시추공 안정성에 미치는 영향이 큰 것으로 알려져 있다(Okland and Cook, 1998).

시추공의 경사 정도에 따른 응력 분포의 차이를 알아보 기 위하여 등방평면에 수직한 축에 대하여 시추공의 중심 축이 기울어진 정도를 경사각(a<sub>D</sub>)이라 정의하고, 경사공벽 주변에서의 응력 분포를 비교해 보았다(Fig. 7(b)).

Fig. 8에서 경사공(α<sub>D</sub>=30°, 60°)에서의 접선 응력은 경사 각이 0도인 수직공과 90도인 수평공 사이의 응력값을 가짐 을 확인할 수 있다. 이는 경사공의 경우 중심축이 회전한 만



Fig. 8. Stress distribution around the borehole wall with inclination ( $\alpha_D$ ).

큼 암반 주변의 응력 경계조건이 변하게 되고 횡등방적 성 질을 규정하는 탄성정수의 영향도 상쇄되었기 때문으로 보 인다.



(b)  $\alpha_{\rm D}$ = 60° inclination borehole

Fig. 9. Variation of tangential stress around inclined borehole with elastic modulus ratio (E/E<sup>'</sup>).

또한 경사공에서도 탄성계수 이방성(E/E') 정도에 따라 응력의 분포 특성에 차이를 보이는데, 경사각이 큰 경우가 완만한 경우에 비해 이방비에 따른 영향이 더 큰 것으로 나 타났다(Fig. 9).

#### 시추공 주변 암반에서의 응력 분포

횡등방성 암반 내 시추공벽 주변 암반에서의 응력 분포 를 이론해와 수치해를 이용하여 분석하였다. 수치해석에 는 이방성을 고려할 수 있는 범용 유한요소 프로그램인 COMSOL Multiphysics(COMSOL, 2010)를 사용하여 탄 성해석을 실시하였으며 Fig. 10은 분석에 사용한 모델과 경 계조건을 나타낸다.

분석 결과, 시추공벽에서는 이방성 정도에 따라 접선응 력(σθθ)에 큰 차이가 있었으나 시추공으로 부터 거리가 멀 어질수록 이방성 정도에 상관없이 가압응력 값으로 수렴하 는 것을 확인할 수 있다(Fig. 11). 이는 시추공으로 부터 멀 어질수록 시추공 시추로 인해 발생한 유도응력의 영향이 감소하였기 때문으로 보인다. Amadei(1982)의 이론해와 수치해석 결과는 잘 일치하여 본 논문에서 활용한 이론해 및 수치해석 기법에 대한 검증을 할 수 있었다. Fig. 11의 결 과는 특정 경계조건의 결과이기는 하나, 이방성 정도에 따 른 응력 분포의 차이가 공벽주변에서 가장 크고, 시추공으 로 부터 멀어질수록 차이가 줄어드는 경향은 경계조건에 상관없이 동일할 것으로 예상된다. 특히, Fig. 11(a)에서 탄 성계수 이방비 3인 경우 접선응력이 공벽부근에서 오히려 감소하는 특이점이 이론해 및 수치해석 결과에서 모두 관 찰되었다. 이는 암석의 물성이 탄성정수 5개가 연관되어 있 는 이방성 해석의 경우 역학적 거동이 등방성의 경우에 비 해 상대적으로 복잡성을 띨 수 있는 것을 보여주는 것으로 향후 추가적인 검토가 필요한 것으로 생각된다.



Fig. 10. Boundary condition and input parameter for analysis.



(a) Comparison of stress distribution along x-direction



(b) Comparison of stress distribution along y-direction



#### 강도 이방성을 고려한 이방성 파괴 모델

일반적으로 이방성 암석에서는 연약면이 축하중 방향과 수직이거나 수평일 때 최대 강도가 나타나며, 연약면과 축 하중 방향이 이루는 각이 30~60° 범위에 있을 때 최소 강 도가 나타나는 강도 이방성을 관찰할 수 있다. Pietruszczak 와 Mroz(2001)는 임계면법(critical plane approach)을 이 용하여 강도 이방성을 모사하였는데, 이것은 임의의 응력 조건에서 이방성 강도식을 만족하는 임계면을 찾아 이 면 에서 이방성 강도함수의 만족 여부를 판단함으로써 암석의 강도를 계산하는 방법이다. Lee와 Choi(2011)는 마찰각 (friction angle)과 점착력(cohesion)을 Pietruszczak와 Mroz (2001)가 제안한 조직텐서(fabric tensor)의 선형 스칼라함 수로 정의함으로써 횡등방성 암석의 강도해석에 적용 가능 한 이방성 Mohr-Coulomb 파괴 조건식를 제안하였다. 이 방성 Mohr-Coulomb 파괴 모델에서는, 단위 법선 벡터(n) 를 갖는 평면 위의 점착력(cohesion, c)과 마찰각(friction angle,  $\Phi$ )을 식 (9)와 같이 표현할 수 있다(Lee and Choi 2011).

$$c = c_0 \left( 1 + \Omega_{ij}^{\ c} n_j n_i \right)$$
  
$$\phi = \phi_0 \left( 1 + \Omega_{ii}^{\ \phi} n_i n_i \right)$$
(9)



Fig. 12. Local coordinate system (modified from (Lee and Choi, 2011)).

여기서 *c*<sub>0</sub> 와 *Φ*<sub>0</sub>는 점착력과 마찰각의 공간 평균값으로 각 각 *c* 와 *Φ* 의 등방성분 값을 의미하며, 조직텐서 *Ω*<sub>ij</sub> 는 대 각항의 합(Ω<sub>i</sub>)이 0인 대칭 2차 텐서로서 강도정수의 공간 적 편향성을 표현하기 위해 도입되었다. 등방성 암석의 경 우 *Ω*<sub>ij</sub>=0 으로, 일정한 하나의 *c*, *Φ* 값을 갖는다(Lee and Choi 2011).

횡등방성 암석의 경우, Fig. 12와 같은 국부 좌표계에서 조직텐서 Ω<sub>ij</sub>는 식 (10)로 표현할 수 있다.

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\Omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_0 \end{bmatrix}$$
(10)

여기서 Ω<sub>0</sub>는 이방성의 세기를 표현하는 상수이다. 따라서 국부좌표계의 x축과 β각을 이루는 면(Fig. 12)의 점착력과 마찰각은 식 (11)과 같이 표현된다(Lee and Choi, 2011).

$$c = c_0 \left( 1 + \Omega_0^{c} \left( 1 - 3\cos^2 \beta \right) \right)$$
  
$$\phi = \phi_0 \left( 1 + \Omega_0^{\phi} \left( 1 - 3\cos^2 \beta \right) \right)$$
(11)

두 강도정수 c 와 Φ 의 이방성은 주응력좌표계와 재료 주 좌표계의 상대적 회전을 바탕으로 계산할 수 있으며, 이는 실제 삼축 압축 강도를 바탕으로 한 수치 삼축 압축 실험을 수행하여 구할 수 있다(Lee and Choi, 2011).

특정 평면 위에 작용하는 수직 응력과 전단응력과 함께, 식(11)으로부터 구한 강도 정수 c 와 Φ 를 Mohr-Coulomb 파괴식으로 표시하면 아래와 같다.

$$F_{MC} = \tau - (\tan \phi)\sigma - c \tag{12}$$

위 식을 시추공 주변에서의 응력값에 대입하면 암반의 파괴범위를 예측할 수 있다.

#### 이방성 파괴 모델을 이용한 시추공 안정성 해석

본 해석을 위한 입력 자료로 국내 보령 셰일 탄성정수 (Cho *et al.*, 2012) 와 Green River 셰일의 삼축 압축 실험 결 과(McLamore and Gray, 1967)를 이용하였다(Table 1). 특 히, 이방성 Mohr-Coulomb 파괴 조건식에 대입할 두 강도 정수를 결정하기 위하여 봉압을 달리하여 여러 차례의 수 치 삼축 압축 실험을 수행하여 실제 실험결과와 가장 근접 한 결과의 강도 정수와 상수 Ω<sup>6</sup>, Ω<sup>6</sup> 를 입력 물성자료로 채 택하였다(Fig. 13).



**Fig. 13.** 3 Simulation results (dashed line) of triaxial test (solid line) for Green River Shale with different inclinations of weak plane (C<sub>0</sub>=45 MPa,  $\Omega_0^{\circ}$ = 0.12,  $\varphi_0$ =20°,  $\Omega_0^{\circ}$ =0.1).



Fig. 14. Boundary condition.

제52권 제4호







Fig. 15. Borehole breakout analysis result with depth and stress regime.

Table 1. in	iput param	eter
-------------	------------	------

Е	39.3 GPa				
E'	19 GPa	Democra Chala			
ν	0.18	Boryeong Shale (Cho. $at. al. 2012$ )			
ν'	0.2	- (Cho et ut., 2012)			
G'	8.7 GPa				
$c_0$	45MPa				
φ <sub>0</sub>	20°	Green River Shale			
$\Omega_0^{c}$	0.12	(McLamore and Gray, 1967)			
$\Omega_0^{\phi}$	0.1	-			

한국자원공학회지

안정성 해석에 사용된 최대 수평 응력과 최소 수평 응력 의 비는 연구당시 활용 가능한 자료를 바탕으로 4대 3으로 고정하였고(Chang *et al.*, 2010) 수직응력은 암반자중에 의 한 정암압(lithostatic stress)으로 결정하였다(Park and Moon, 2014). 평균 수평 주응력에 대한 수직 주응력의 비 를 K로 정의 하여, Table 2와 같은 9가지 경우에 따라 시추 공 안정성 해석을 수행하였다(Fig. 14).

이론해와 수치해석을 이용한 이방성 암반 내 시추공벽 파괴 예상 결과는 Fig. 15와 같다. 등방성 파괴 조건식과 이 방성 파괴 조건식을 각각 적용하여 해석을 수행하였으며,

더 깊고 넓게 나타났으며, 특히 Fig. 15의 case 4와 case 7의 경우 양 측면이 더 깊게 파괴되는 것으로 나타났다. 또한 이 방성 파괴 조건식을 이용해 안정성을 해석할 경우가 파괴 영역이 더 크게 나타났다. 이는 등방성 파괴 조건식의 경우 파괴선이 하나인데 반해 이방성 파괴 조건식의 경우 다수 의 강도 정수에 각각 대응하는 다수의 파괴선을 갖고 있으

원활한 비교를 위하여 두 결과를 함께 도시하였다. 등방성 Mohr-Coulomb 파괴 조건식을 이용한 해석 결과는 왼쪽이 나 위쪽 부분에 도시하였으며, 이방성 Mohr-Coulomb 파 괴 조건식을 이용한 해석결과는 오른쪽이나 아래쪽 부분에 나타내었다.

결과에서 볼 수 있듯이, 심도가 깊어질수록 파괴 영역이



Fig. 16. Mohr-coulomb failure criterion in (a) transversely isotropic rock and (b) isotropic rock.



Fig. 17. Anisotropic failure criterion with increasing of maximum principal stress ( $\sigma_1$ ).

Table 2. Boundary condition with depth and stress regime

	S <sub>v</sub> (MPa)	K=0.5		K=1		K=2	
Depth		S <sub>Hmin</sub> (MPa)	S <sub>hmax</sub> (MPa)	S <sub>Hmin</sub> (MPa)	S <sub>hmax</sub> (MPa)	S <sub>Hmin</sub> (MPa)	S <sub>hmax</sub> (MPa)
1,000 m	26.5	Case 1		Case 2		Case 3	
	20.5	11	16	23	30	46	60
3,000 m	79.5	Case 4		Case 5		Case 6	
		34	45.5	68	91	136	182
5,000 m	132.5	Case 7		Case 8		Case 9	
		57	75.5	114	151	227	303
Stress Regime Norm		rmal	Strike-slip		Thrust		

므로 파괴가 일어날 확률이 더 높아지게 되기 때문이다 (Fig. 16).

또한 Mohr-Coulomb 식에서 최대주응력(51)이 증가하 게 될 경우에도 파괴 확률이 높아지므로, 공벽에 가까워지 거나 최대 수평응력 방향에 가까워질수록 파괴 영역이 커 지게 된다(Fig. 17).

## 결 론

본 연구에서는 횡등방성 암반 내 시추공 주변에서의 응 력 분포에 관한 이론해를 검토하고 유한요소 수치해석을 통한 탄성해를 분석하여 이방성 암반에 대한 시추공 안정 성 해석을 실시하였다. 횡등방성 암반의 이방적 특성을 규 정하는 5개의 탄성정수가 시추공벽의 응력 분포에 미치는 영향을 분석한 결과, 탄성계수 이방성비(E/E')와 전단탄성 계수의 이방성비(G/G') 정도에 따라 응력 분포 양상에 큰 차이가 있었으며 포아송비 이방성비(v/v')의 영향은 미비 하였다. 경사공의 경우, 경사각이 큰 경우가 탄성계수 이방 성비(E/E')에 따른 영향을 더 크게 나타났다. 시추공벽에서 는 이방성 정도에 따라 접선응력(000)에 큰 차이가 있었으 나 공벽으로부터 멀어질수록 이방성 정도에 상관없이 가압 응력 값으로 수렴하였다.

강도 이방성을 고려한 이방성 Mohr-Coulomb 파괴 모 델을 이용하여 시추공벽 붕괴 범위를 산정하고 이를 등방 성 모델의 경우와도 비교해 보았다. 그 결과 심도가 깊어질 수록 파괴 영역이 더 깊고 넓게 나타났으며, 이방성 파괴 조 건식을 이용해 붕괴범위를 산정한 경우가 파괴 영역이 더 크게 나타났다. 또한 공벽에 가까워지거나 최대 수평응력 방향에 가까워질수록 파괴영역이 더 크게 나타났는데, 이 로부터 암반의 이방성 정도, 안정성 분석에 사용한 파괴조 건식, 대상 암반 주변의 경계 조건에 따라 시추공벽 주변의 파괴형태에 상당한 차이가 있음을 확인할 수 있었다.

따라서 이방성 암반 내 시추공의 안정성 해석 수행을 할 경우, 대상 암반의 탄성정수 및 강도 이방성을 고려한 해석 이 필수적이라 판단된다.

## 사 사

본 논문은 서울대학교 공학석사 학위논문(김한나, 2012) 의 일부를 중심으로 작성되었음을 밝힙니다.

본 연구는 2015년도 산업통상자원부의 재원으로 한국 에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행되었으며 이에 감사드립니다(No.20133030000240).

#### References

- Aadnoy, B. and Chenevert, M., 1987, "Stability of Highly Inclined Boreholes (includes associated papers 18596 and 18736)," *SPE Drilling Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 364-374.
- Amadei, B., 1982, The influence of rock anisotropy on measurement of stresses in situ, Ph.D. Thesis, University of California Berkeley, USA.
- Amadei, B., 1996, "Importance of Anisotropy When Estimating and Measuring In Situ Stresses in Rock," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, Vol. 33, No. 3, pp. 293-325.
- Chang, C., Lee, J.B. and Kang, T.S., 2010, "Interaction between regional stress state and faults: Complementary analysis of borehole in situ stress and earthquake focal mechanism in southeastern Korea," *Tectonophysics*, Vol. 485, No. 1, pp. 164-177.
- Cho, J.W., Kim, H., Jeon, S. and Min, K.B., 2012, "Deformation and strength anisotropy of Asan gneiss, Boryeong shale, and Yeoncheon schist," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 50, pp. 158-169.
- COMSOL Inc., 2010, COMSOL multiphysics user's guide, Stockholm, Sweden.
- Fjær, E., Holt, R.M., Horsrud, P, Raaen, A.M. and Risnes, R., 2008, *Petroleum related rock mechanics*, 2<sup>nd</sup> Ed., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands.
- Gaede, O., Karpfinger, F., Jocker, J. and Prioul, R., 2012, "Comparison between analytical and 3D finite element solutions for borehole stresses in anisotropic elastic rock," *International journal of rock mechanics and mining sciences*, Vol. 51, pp. 53-63.
- Kim, H., 2012, Anisotropy of elastic moduli, P-wave velocities, and thermal conductivities of transversely isotropic rock and its borehole stability, Master's thesis, Seoul National University, Korea.
- Lee, H., Ong, S.H., Azeemuddin, M. and Goodman, H., 2012, "A wellbore stability model for formations with anisotropic rock strengths," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 96, pp. 109-119.
- Lee, Y.K. and Choi, B.H., 2011, "Anisotropic version of mohr-coulomb failure criterion for transversely isotropic rock." *Journal of Korean Society for Rock Mechanics*, Vol. 21, No. 3, pp. 174-180.
- Lekhnitskii, S.G., 1963, Theory of elasticity of an anisotropic elastic body, Holden-Day, California, USA.
- 13. McLamore, R. and Gray, K., 1967, "The mechanical

behavior of anisotropic sedimentary rocks," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 89, pp. 62-73.

- Okland, D. and Cook, J., 1998, "Bedding-related borehole instability in high-angle wells," *SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering*, Society of Petroleum Engineers, TrondHeim, Norway, July 8-10, pp. 413-422.
- Ong, S.H., 1994, Borehole stability, Ph.D.Thesis, The University of Oklahoma, USA.
- 16. Park S.C. and Moon H.K, 2014, "Stress-path and Stress-mode Analyses of a Circular-shaped Shaft Excavated in Various In-situ Rock Stress States," *Journal of Korean Society of Mineral and Energy Resources Engineers*, Vol. 51, No. 6, pp. 794-807.
- Peška, P. and Zoback, M.D., 1995, "Compressive and tensile failure of inclined well bores and determination of in situ stress and rock strength," *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Vol. 100, No. B7, pp. 12791-12811.
- Pietruszczak, S. and Mroz, Z., 2001, "On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials," *International*

journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol. 25, pp. 509-524.

- Yoon, J.P., Kim, H.T. and Park, H.W., 2013, "A Stability Analysis of Directional Drilling on the Shales with Weak Bedding Planes," *Journal of Korean Society* of Mineral and Energy Resources Engineers, Vol. 50, No. 3, pp. 329-338.
- Zoback, M.D., Moos, D., Mastin, L. and Anderson, R.N., 1985, "Well bore breakouts and in situ stress," *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Vol. 90, No. B7, pp. 5523-5530.
- Zoback, M.D., Barton, C., Brudy, M., Castillo, C., Finkbeiner, T., Grollimund, B., Moos, D., Peska, P., Ward, C. and Wiprut, D., 2003, "Determination of stress orientation and magnitude in deep wells," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 40, No. 7, pp. 1049-1076.
- Zoback, M.D., 2007, *Reservoir geomechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.



## 김 한 나

2010년 서울대학교 공과대학 에너지자원 공학과 공학사 2012년 서울대학교 에너지시스템공학부 공학석사

현재 서울대학교 대학원 에너지시스템공학부 박사과정 (E-mail; kyhn1123@snu.ac.kr)



권 새 하

2014년 서울대학교 공과대학 에너지자원 공학과 공학사

현재 서울대학교 대학원 에너지시스템공학부 석박사통합과정 (E-mail; ksha225@gmail.com)



## 민 기 복

- 1994년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
- 999년 서울대학교 대학원 자원공학과 공 학석사
- 2004년 스웨덴 왕립공과대학교 공학박사 (암반공학)

현재 서울대학교 에너지자원공학과 부교수 (E-mail; kbmin@snu.ac.kr)

제52권 제4호